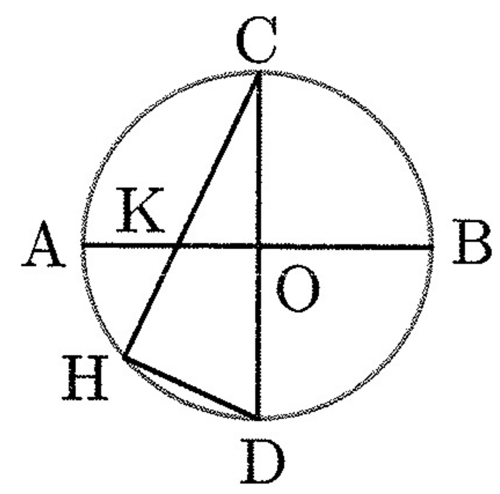


۱ گزینه‌ی (۱).

مثلث $\overset{\triangle}{CHD}$ قائم‌الزاویه است. پس:

$$HD = \sqrt{CD^۲ - CH^۲} = \sqrt{۱۰۰ - ۶۴} = ۶$$

از طرفی دو مثلث $\overset{\triangle}{CHD}$ و $\overset{\triangle}{COK}$ هر دو قائم‌الزاویه و متشابهند. بنابراین:

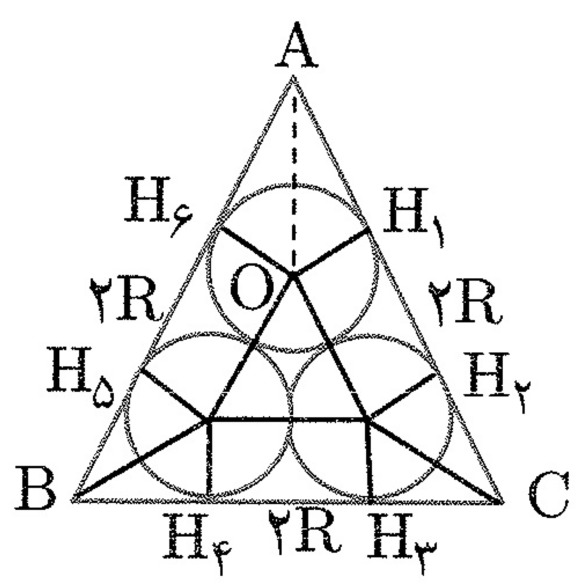
$$\frac{OK}{HD} = \frac{OC}{HC} \Rightarrow \frac{OK}{۶} = \frac{۵}{۸} \Rightarrow OK = \frac{۱۵}{۴} = ۳/۷۵$$

حال با توجه به مقدار OK داریم:

$$AK = OA - OK = ۵ - ۳/۷۵ = ۱/۷۵ \quad \text{و} \quad KB = OK + OB = ۳/۷۵ + ۵ = ۸/۷۵$$

۲ گزینه‌ی (۴).

مطابق شکل:



$$H_۱H_۲ = H_۳H_۴ = H_۵H_۶ = ۲R = ۶$$
$$AH_۱ = AH_۶ = BH_۵ = BH_۴ = CH_۲ = CH_۳$$

در مثلث $\overset{\triangle}{AH_۱O}$ ، زاویه‌ی $\hat{A} = ۳۰^\circ$ و در نتیجه:

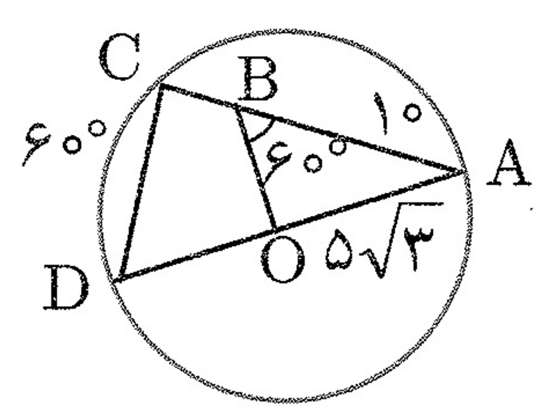
$$AO = ۲OH_۱ = ۲R = ۶ \Rightarrow AH_۱ = \sqrt{۶^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۲۷} = ۳\sqrt{۳}$$

محیط مثلث $\overset{\triangle}{ABC}$ برابر است با:

$$۶AH_۱ + ۳H_۱H_۲ = ۱۸\sqrt{۳} + ۱۸$$

۳ گزینه‌ی (۳). نسبت محیط به قطر هر دایره برابر است با: π

۴ گزینه‌ی (۴).



در مثلث $\overset{\triangle}{ABO}$ زاویه‌ی $\hat{A} = ۳۰^\circ$ است بنابراین طول وتر AB دو برابر طول وتر BO است و در نتیجه

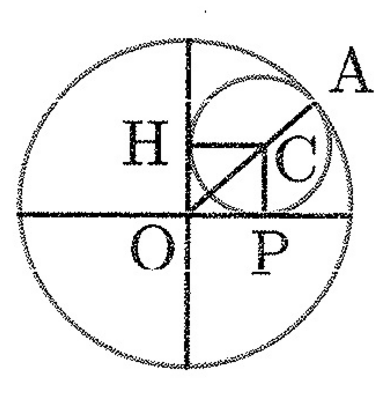
$$OA = \sqrt{۱۰۰-۲۵} = ۵\sqrt{۳}$$

از طرفی در مثلث $\overset{\triangle}{ACD}$ طول ضلع مجاور به زاویه‌ی $\hat{A} = ۳۰^\circ$ برابر $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ وتراست.

بنابراین:

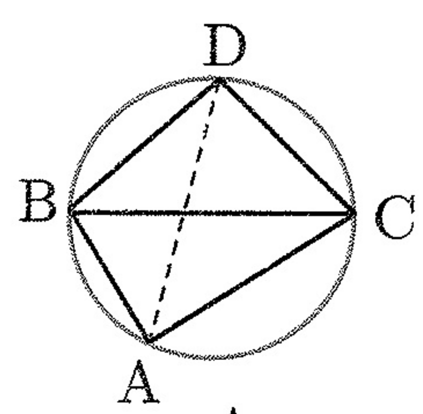
$$AC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۱۰\sqrt{۳} = ۱۵$$

$$BC = AC - AB = ۱۵ - ۱۰ = ۵$$



۵ گزینه‌ی (۲). فرض کنیم شعاع دایره‌ی کوچک برابر r باشد. دراین‌صورت قطر مربع HCPO برابر $\sqrt{۲}r$ خواهد بود. از طرفی $r = AC = R - OC = R - \sqrt{۲}r$ و بنابراین:

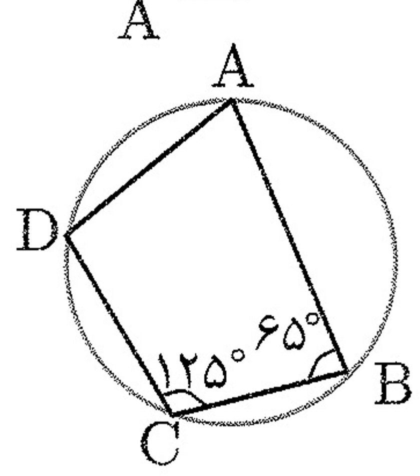
$$r + \sqrt{۲}r = R \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{۲}+۱}$$



۶ گزینه‌ی (۳).

چهار نقطه‌ی C ، B ، A و D روی یک دایره هستند.

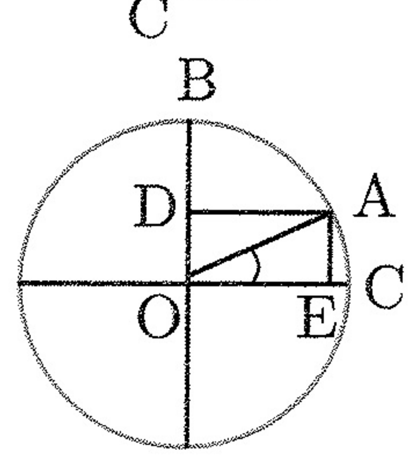
کمان روبرو به زاویه‌ی $D\hat{B}C$ و $D\hat{A}C$ مشترک و هر دو زاویه‌ی محاطی هستند. پس با هم برابرند و هر یک ۴۵° هستند.



۷ گزینه‌ی (۳).

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = ۱۸۰^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\hat{A} + (-\hat{C}) = -۱۸۰^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = ۱۸۰^\circ \end{cases}$$

$$\Rightarrow (\hat{D} - \hat{A}) = (\hat{C} - \hat{B}) = ۱۲۵ - ۶۵ = ۶۰^\circ$$

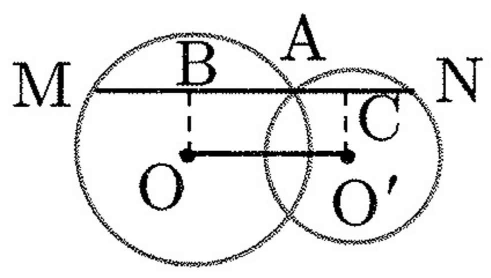


۸ گزینه‌ی (۱). در مثلث AOE داریم:

$$R = AO = \sqrt{۴+۱۲} = ۴ \Rightarrow \widehat{O} = ۳۰^\circ$$

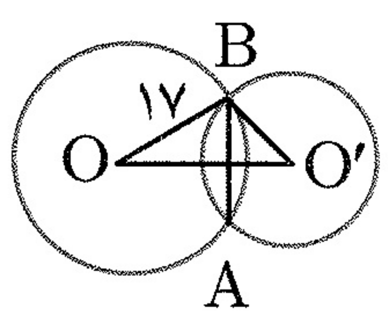
طول قوس دایره (محیط دایره) برابر $۲\pi R = ۸\pi$ است. پس با یک تناسب طول قوس $\widehat{AC}$ بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\begin{array}{cc} ۳۶۰^\circ & ۸\pi \\ ۳۰^\circ & x \end{array} \Rightarrow x = \frac{۸\pi \times ۳۰}{۳۶۰} = \frac{۲\pi}{۳}$$



۹ گزینه‌ی (۲).

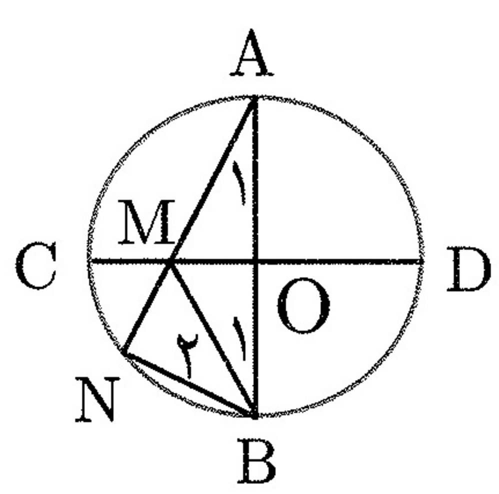
از نقاط O و O' دو خط عمود به MN را رسم می‌کنیم. مطابق شکل اولاً B و C به ترتیب پاره‌خط‌های AM و AN را نصف می‌کنند. ثانیاً $BC = OO'$ در نتیجه: $MN = ۲OO'$



۱۰ گزینه‌ی (۱).

می‌دانیم پاره‌خط OO' عمود منصف پاره‌خط AB است. اما نصف طول AB برابر ۸ است و این برابر شعاع دایره‌ی کوچک است. بنابراین AB قطر دایره‌ی کوچک است و در نتیجه O' وسط AB است و داریم:

$$OO' = \sqrt{OB^۲ - O'B^۲} = \sqrt{(۱۷)^۲ - (۸)^۲} = ۱۵$$

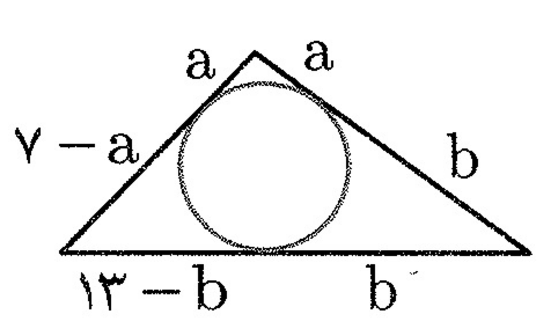


۱۱ گزینه‌ی (۳). می‌دانیم مثلث NAB در رأس N قائم‌الزاویه است. از طرفی اگر از M به B وصل کنیم. مثلث MNB قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین خواهد بود. پس: $\widehat{M} = ۴۵^\circ$

از طرف دیگر CD عمود منصف AB است. پس $AM = MB$ در نتیجه‌ی $\widehat{B_۱} = \widehat{A_۱}$ و همچنین زاویه‌ی $\widehat{M}$ زاویه‌ی خارجی مثلث MAB است. پس: $\widehat{M} = \widehat{A_۱} + \widehat{B_۱} \Rightarrow ۴۵^\circ = ۲\widehat{A_۱} \Rightarrow \widehat{A_۱} = ۲۲/۵^\circ$

۱۲ گزینه‌ی (۱).

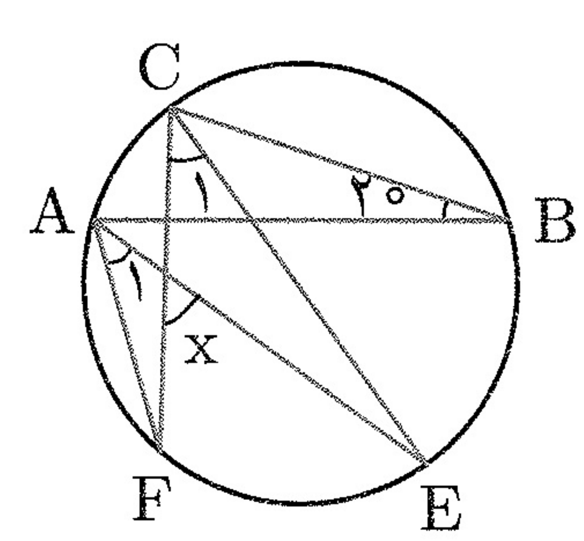
می‌دانیم هرگاه از یک نقطه دو مماس به دایره‌ای رسم شود، طول دو مماس برابر است. بنابراین مطابق شکل باید: $۱۳-b$ با $۷-a$ برابر باشد و نیز $a+b = ۸$

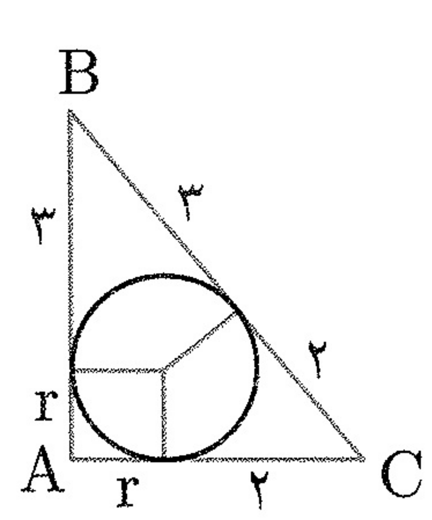


$$\left.\begin{array}{l} a+b=۸ \\ ۱۳-b=۷-a \end{array}\right\} \Rightarrow ۶+a=۸-a \Rightarrow a=۱\,,\, b=۷ \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{۱}{۷}$$

۱۳ گزینه‌ی (۳).

$$\left.\begin{array}{l} AF \| CE \text{ و } AE \Rightarrow \text{مورب}\ \widehat{E} = \widehat{A_۱} \\ AF \| CE \text{ و } CF \Rightarrow \text{مورب}\ F = \widehat{C_۱} \\ \hat{x} = \widehat{C_۱} + \widehat{E} \\ \widehat{A_۱} = \widehat{C_۱} = \dfrac{\widehat{FE}}{۲} \\ \widehat{B} = \widehat{E} = \widehat{F} = \dfrac{\widehat{AC}}{۲} \end{array}\right\} \Rightarrow \hat{x} = ۲\widehat{B} = ۴۰^\circ$$





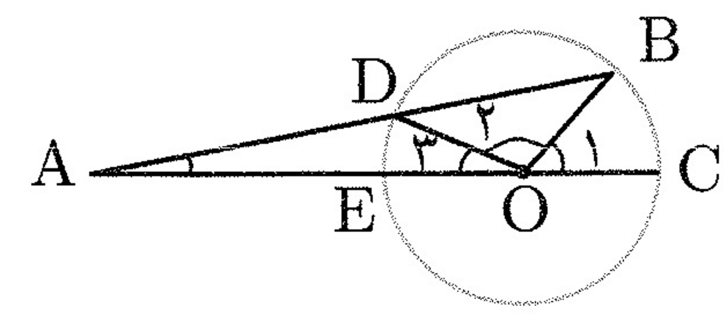
۱۴ گزینه‌ی (۲).

با توجه به شکل در مثلث ABC داریم:

$(r+۲)^۲ + (r+۳)^۲ = ۲۵$ و در نتیجه $r = ۱$

و مساحت دایره $S = \pi r^۲ = \pi$

۱۵ گزینه‌ی (۲).



$$\overset{\triangle}{OAB}: \widehat{O_۱} = \widehat{A}+\widehat{B} \xrightarrow{\widehat{B}=۲\widehat{A}} ۷۵ = ۳\widehat{A} \Rightarrow \widehat{A}=۲۵^\circ , \widehat{B}=۵۰^\circ$$

$$\overset{\triangle}{OBD}: OB = OD \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D} = ۵۰^\circ \Rightarrow \widehat{O_۲} = ۱۸۰ - (\widehat{B}+\widehat{D}) = ۸۰^\circ$$

$$\widehat{O_۳} = ۱۸۰ - (\widehat{O_۱}+\widehat{O_۲}) = ۱۸۰ - (۷۵+۸۰) = ۲۵^\circ \Rightarrow \widehat{DE} = ۲۵^\circ$$

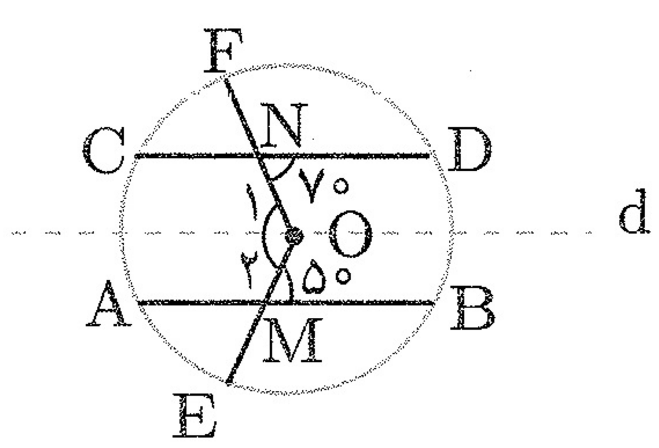
۱۶ گزینه‌ی (۴). می‌دانیم عمود منصف یک پاره خط مکان هندسی نقاطی از صفحه است که از دو سر پاره خط به یک فاصله باشند. برای اینکه دایره‌ای از دو نقطه‌ی A و B بگذرد، کافی است مرکزش روی عمود منصف پاره خط AB باشد.

۱۷ گزینه‌ی (۳).

۱۸ گزینه‌ی (۲).

$$\left.\begin{array}{l} \widehat{BC} = \dfrac{۳۶۰^\circ}{۱۰} = ۳۶^\circ \\ \widehat{AB} = \dfrac{۳۶۰^\circ}{۱۲} = ۳۰^\circ \end{array}\right\} \Rightarrow \widehat{AC} = ۳۶۰-(۳۰+۳۶) = ۲۹۴^\circ \Rightarrow A\widehat{B}C = \dfrac{\widehat{AC}}{۲} = ۱۴۷^\circ$$

۱۹ گزینه‌ی (۴). خط d را به موازات CD و AB رسم می‌کنیم. از خواص موازی مورب استفاده می‌کنیم:



$$\left.\begin{array}{l} d \parallel CD \rightarrow \widehat{O_۱} = \widehat{N} = ۷۰ \\ d \parallel AB \rightarrow \widehat{O_۲} = \widehat{M} = ۵۰ \end{array}\right\} \Rightarrow \rightarrow \widehat{O} = \widehat{O_۱} + \widehat{O_۲} = ۵۰+۷۰ = ۱۲۰$$

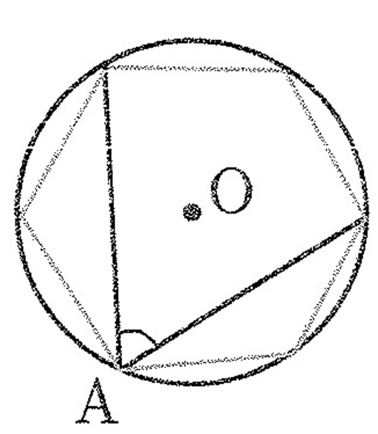
$\widehat{O}$ زاویه‌ی مرکزی است بنابراین با کمان رو به روی آن برابر است.

پس : $\widehat{O} = \widehat{EF} = ۱۲۰$

۲۰ گزینه‌ی (۳).

۲۱ گزینه‌ی (۳).

۲۲ گزینه‌ی (۴).



۶ ضلعی منتظم دایره را به ۶ کمان برابر $\left(\dfrac{۳۶۰}{۶} = ۶۰^\circ\right)$ تقسیم می‌کند که کمان رو به رو به زاویه‌ی A ، ۱۲۰° خواهد شد و به علت محاطی بودن زاویه‌ی A $\left(\widehat{A} = \dfrac{۱۲۰}{۲} = ۶۰^\circ\right)$ خواهیم داشت.

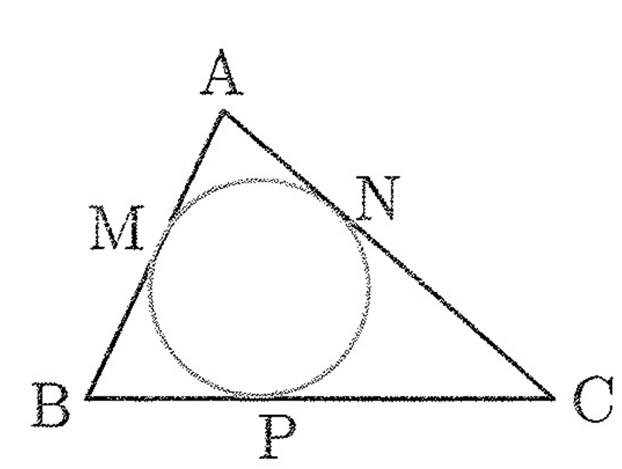
۲۳ گزینه‌ی (۲).

۲۴ گزینه‌ی (۲).

۲۵ گزینه‌ی (۴).

۲۶ گزینه‌ی (۱).

$$AM = AN , BM = BP , CN = CP$$

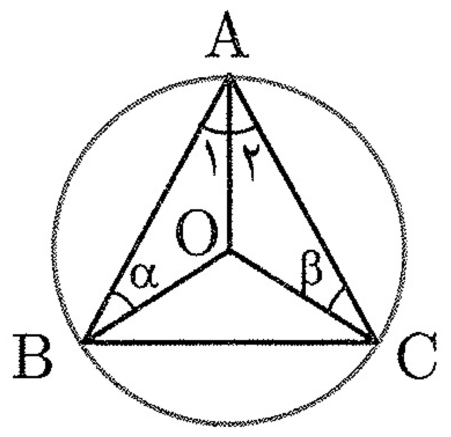


$$BC = ۱۰ \Rightarrow BP + CP = ۱۰$$

$$AB + BC + AC = ۳۲ \Rightarrow ۲(AM + BP + CP) = ۳۲ \Rightarrow$$

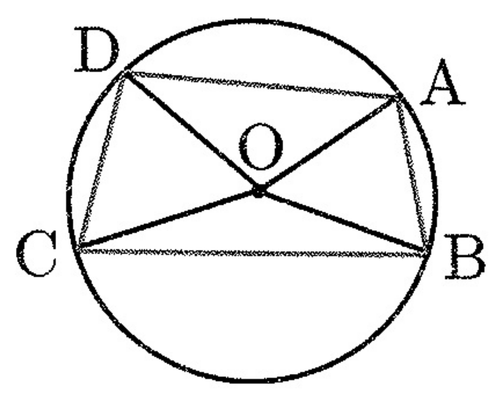
$$AM + (\underbrace{BP + CP}_{BC}) = ۱۶ \Rightarrow AM = ۱۶ - ۱۰ = ۶$$

۲۷ گزینه‌ی (۳).



$$\left.\begin{array}{l}OA=OB\Rightarrow\hat{\alpha}=\widehat{A}_{۱}\\ OA=OC\Rightarrow\hat{\beta}=\widehat{A}_{۲}\end{array}\right\}\Rightarrow\hat{\alpha}+\hat{\beta}=\widehat{A}_{۱}+\widehat{A}_{۲}=\widehat{A}$$
$$\widehat{A}=\frac{\widehat{BC}}{۲}=\frac{۱}{۲}\widehat{O}=۳۰^{\circ}\quad\Rightarrow\hat{\alpha}+\hat{\beta}=۳۰^{\circ}$$

۲۸ گزینه‌ی (۲).



$$\left.\begin{array}{l}OD=OC=R\\ DC=\sqrt{۲}R\end{array}\right\}\Rightarrow D\hat{O}C=۹۰^{\circ}\quad AB=OA=OB=R\Rightarrow A\hat{O}B=۶۰^{\circ}$$

$$\widehat{BC}+\widehat{AD}=A\hat{O}D+B\hat{O}C=۳۶۰^{\circ}-۱۵۰^{\circ}=۲۱۰^{\circ}$$

۲۹ گزینه‌ی (۳).

$$\left.\begin{array}{l}a+b+c=۳۶۰\\ a=\frac{b}{۴}=\frac{c}{۷}\end{array}\right\}\Rightarrow a+۴a+۷a=۳۶۰^{\circ}\Rightarrow a=۳۰^{\circ},\ b=۱۲۰^{\circ},\ c=۲۱۰^{\circ}$$

$$\Rightarrow\widehat{M}=\frac{A\hat{T}-T\hat{B}}{۲}=\frac{۲۱۰-۳۰}{۲}=۹۰^{\circ}$$

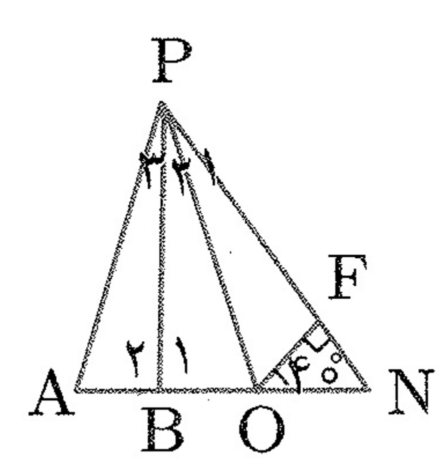
۳۰ گزینه‌ی (۲).

$$\left.\begin{array}{l}\hat{O}=۴۰\\ \hat{F}=۹۰\end{array}\right\}\Rightarrow\left.\begin{array}{l}\hat{N}=۵۰^{\circ}\\ \hat{B}=۹۰^{\circ}\end{array}\right\}\xrightarrow{\overset{\triangle}{PBN}}\widehat{P}_{۱}+\widehat{P}_{۲}=۴۰^{\circ}$$

شعاع در نقطه‌ی تماس بر مماس عمود است.

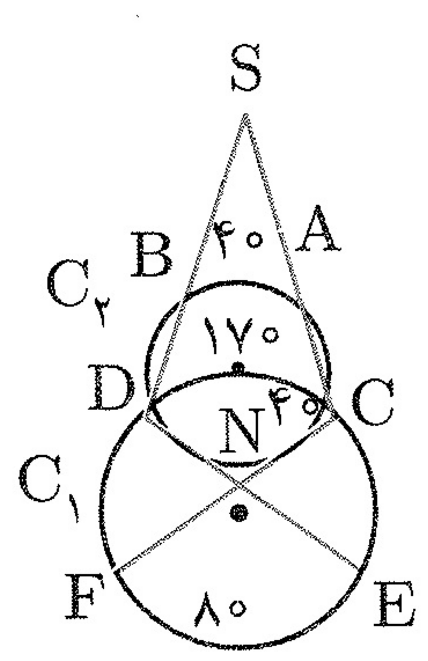
$$\left.\begin{array}{l}۹۰^{\circ}=\widehat{B}_{۱}=\hat{F}\\ \text{مشترک}\ OP=OP\\ \text{شعاع}\ OF=OB\end{array}\right\}\xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}}P\overset{\triangle}{O}B=F\overset{\triangle}{O}P\Rightarrow\widehat{P}_{۱}=\widehat{P}_{۲}$$

$$\Rightarrow\widehat{P}_{۱}=\widehat{P}_{۲}=۲۰^{\circ}$$



$$\left.\begin{array}{l}OB=AB\\ PB=PB\\ \widehat{B}_{۱}=\widehat{B}_{۲}=۹۰^{\circ}\end{array}\right\}\longrightarrow P\overset{\triangle}{A}B=P\overset{\triangle}{B}O\Rightarrow\widehat{P}_{۳}=\widehat{P}_{۱}=\widehat{P}_{۲}=۲۰^{\circ}\Rightarrow A\hat{P}F=۶۰^{\circ}$$

۳۱ گزینه‌ی (۳).



$$C_{۱}:\hat{N}=\frac{\widehat{DC}+\widehat{EF}}{۲}=\frac{۸۰+۴۰}{۲}=۶۰^{\circ}$$

$$C_{۲}:\hat{S}=\frac{\widehat{DC}-\widehat{AB}}{۲}=\frac{۱۷۰-۴۰}{۲}=۶۵^{\circ}$$

$$\widehat{C}+\widehat{D}=۳۶۰-\widehat{S}-\widehat{N}=۳۶۰^\circ-۶۰^\circ-۶۵^\circ=۲۳۵^\circ$$

۳۲ گزینه‌ی (۲).

$OABO'$ مستطیل است $\leftarrow$ $OA\perp AB$ شعاع در نقطه تماس $\rightarrow \hat{O}_۱=۹۰^\circ$

$OCDO''$ مستطیل است $\leftarrow$ $OC\perp CD$ شعاع در نقطه تماس $\rightarrow \hat{O}_۳=۹۰^\circ$

$OO'O''$ مثلث متساوی الاضلاع $\rightarrow \widehat{O_۴}=۶۰^\circ$

O مرکز دایره است $:\widehat{O_۱}+\widehat{O_۲}+\widehat{O_۳}+\widehat{O_۴}=۳۶۰^\circ$

$\rightarrow \widehat{O_۲}=۱۲۰^\circ$

$\rightarrow \widehat{AC}=\widehat{BE}=\widehat{DF}=۱۲۰^\circ$

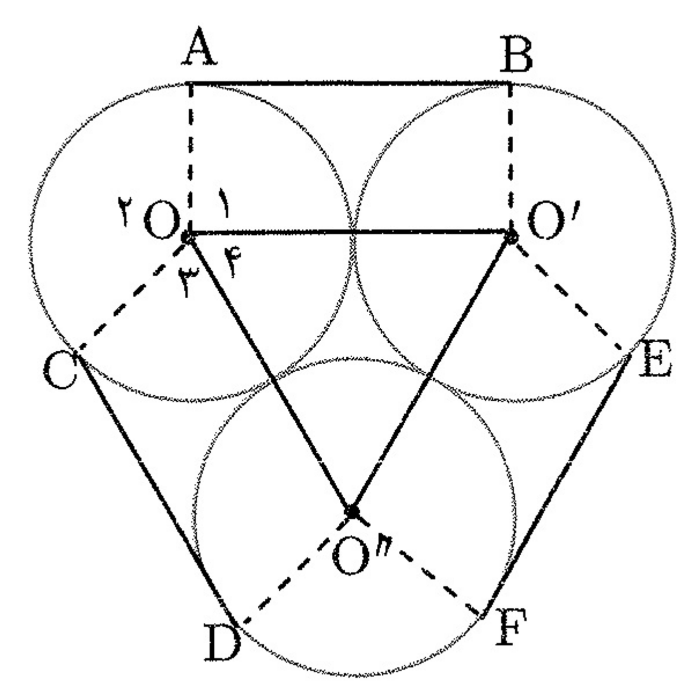
$OO'O''$ متساوی الاضلاع $: OO'=OO''=O'O''=AB=CD=EF=۲R$

$\Rightarrow$ طول گره $=۲R$

طول نخ $=(AB+CD+EF)+(\widehat{AC}+\widehat{BE}+\widehat{DF})+$ طول گره

$=(۳\times ۲R)+(۳\times\frac{۲\pi R}{۳})+۲R$

$=۶R+۲\pi R+۲R=۸R+۲\pi R=۲R(۴+\pi)$



۳۳ گزینه‌ی (۳).

مجموع زوایای داخلی مثلث ۱۸۰° است. $\Rightarrow \overset{\triangle}{ADE}\rightarrow A+\widehat{D}+\widehat{E_۱}=۲x+۳x+\widehat{E_۱}=۱۸۰^\circ$

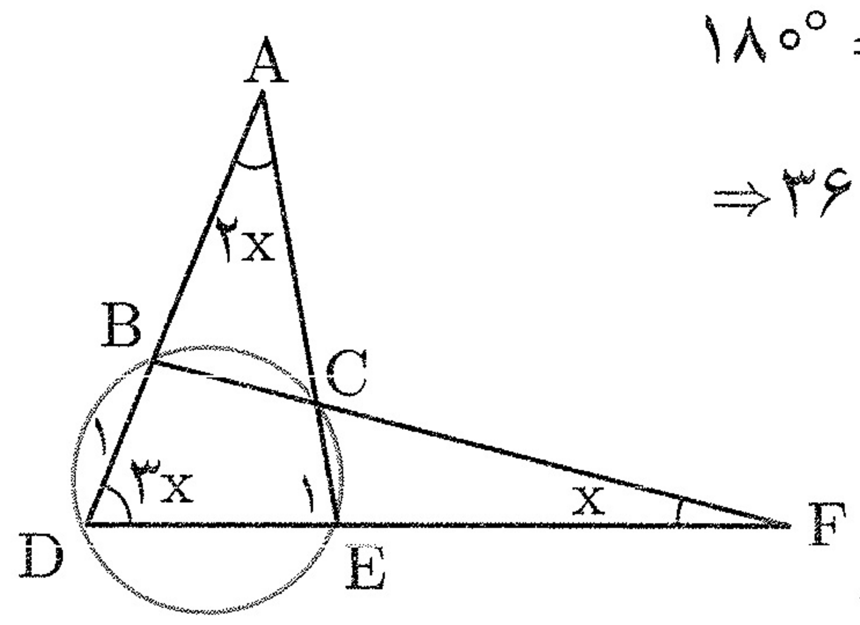
$\Rightarrow \widehat{E_۱}=۱۸۰-۵x$

$\overset{\triangle}{BDF}:\widehat{B_۱}+\widehat{D}+\widehat{F}=\widehat{B_۱}+۳x+x=۱۸۰^\circ\Rightarrow \widehat{B_۱}=۱۸۰-۴x$

چهارضلعی $BCED$ محاطی است پس مجموع دو زاویه‌ی مقابل آن ۱۸۰° است پس:

$$۱۸۰^\circ=\widehat{B_۱}+\widehat{E_۱}=\widehat{C}+\widehat{D}\Rightarrow ۱۸۰-۴x+۱۸۰-۵x=۱۸۰$$

$$\Rightarrow ۳۶۰-۹x=۱۸۰\Rightarrow ۹x=۱۸۰\Rightarrow x=۲۰^\circ$$



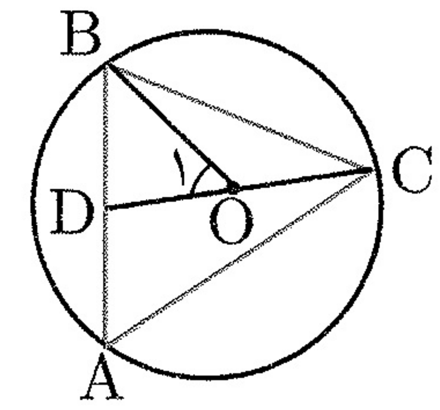
۳۴ گزینه‌ی (۴).

چون $AB \parallel FC$ است، پس $\widehat{AF}=\widehat{BC}$ و چون $BE\parallel DC$، نتیجه می‌گیریم $\widehat{BC}=\widehat{ED}$. پس $\widehat{AF}=\widehat{BC}=\widehat{ED}$ و اگر این مقدار مساوی را x بنامیم، نتیجه می‌گیریم:

مجموعه همه‌ی کمان‌ها $=۳۶۰^\circ\Rightarrow ۳x+۶۰+۴۰+۱۱۰=۳۶۰\Rightarrow x=۵۰^\circ$

$$F\widehat{C}D=\frac{\widehat{FE}+\widehat{ED}}{۲}=\frac{۱۱۰+۵۰}{۲}=۸۰^\circ$$

۳۵ گزینه‌ی (۱).



$$OB=OC \Rightarrow O\hat{C}B=O\hat{B}C=۱۵^\circ \Rightarrow B\hat{O}C=۱۸۰-۲\times۱۵=۱۵۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{BC}=۱۵۰^\circ$$

$$(\overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BC}=۳۶۰^\circ\ ,\ \overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AB}) \Rightarrow ۲\overset{\frown}{AB}+۱۵۰^\circ=۳۶۰^\circ \Rightarrow \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}=۱۰۵^\circ$$

$$\overset{\frown}{AC}=۱۰۵^\circ \Rightarrow A\hat{B}C=\frac{۱۰۵}{۲}=۵۲/۵^\circ \Rightarrow O\hat{B}D=A\hat{B}C-O\hat{B}C=۵۲/۵-۱۵=۳۷/۵^\circ$$

زاویه‌ی خارجی $\hat{O}_۱ = O\hat{B}C + O\hat{C}B = ۲\times۱۵ = ۳۰^\circ$

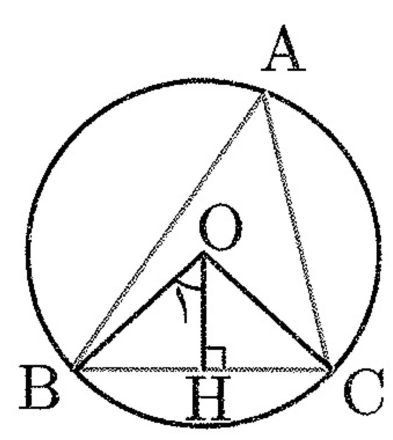
زاویه‌ی خارجی $C\hat{D}A = \hat{O}_۱ + O\hat{B}D = ۳۰ + ۳۷/۵ = ۶۷/۵^\circ$

$$D\hat{A}C = \frac{\overset{\frown}{BC}}{۲} = \frac{۱۵۰}{۲} = ۷۵^\circ$$

$$D\hat{A}C - C\hat{D}A = ۷۵^\circ - ۶۷/۵ = ۷/۵^\circ$$

۳۶ گزینه‌ی (۲).

با توجه به آن که $\hat{A} = ۳۰^\circ$ ، داریم: $\overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ$. از نقطه‌ی O مرکز دایره، عمود OH را بر BC وارد می‌کنیم که آن را نصف می‌کند، پس: $BH = ۳$ و داریم:

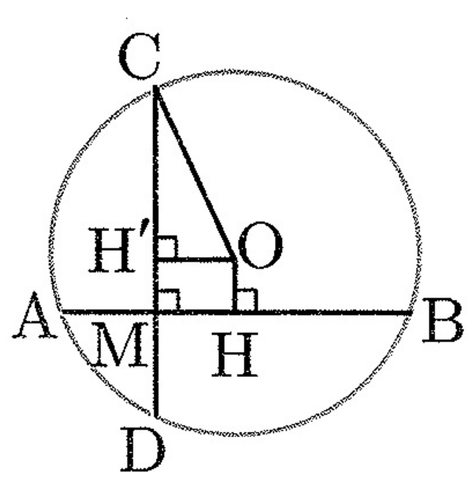


زاویه‌ی مرکزی $B\hat{O}C = \overset{\frown}{BC} = ۶۰^\circ \Rightarrow \hat{O}_۱ = ۳۰^\circ$

در مثلث قائم‌الزاویه‌ی OBH ، ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی ۳۰° نصف وتر است. پس:

$$OB = ۲BH = ۶ \Rightarrow OH = \sqrt{OB^۲ - BH^۲} = \sqrt{۶^۲ - ۳^۲} = \sqrt{۲۷} = ۳\sqrt{۳}$$

۳۷ گزینه‌ی (۲). اولاً با توجه به خواص دایره داریم:



$$CM \times MD = AM \times MB \Rightarrow CM \times ۳ = ۲ \times ۶ \Rightarrow CM = ۴$$

دو عمود OH و OH' دو وتر را نصف می‌کنند. پس:

$$AH = \frac{۱}{۲}AB = \frac{۱}{۲}(۲+۶) = ۴ \Rightarrow MH = AH - AM = ۴ - ۲ = ۲$$
$$\Rightarrow OH' = MH = ۲$$

با توجه به آن که $CH' = \frac{۱}{۲}CD = ۳/۵$ ، برای به دست آوردن شعاع دایره، کافی است از رابطه‌ی فیثاغورث در مثلث $OH'C$ استفاده کنید:

$$R^۲ = OH'^۲ + H'C^۲ \Rightarrow R^۲ = ۲^۲ + ۳/۵^۲ = ۴ + \frac{۴۹}{۴} = \frac{\sqrt{۶۵}}{۲} \Rightarrow ۲R = \sqrt{۶۵}$$

۳۸ گزینه‌ی (۳).

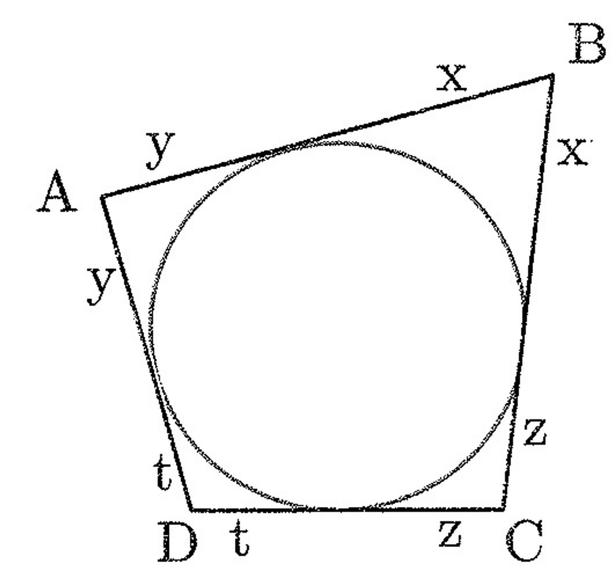
۳۹ گزینه‌ی (۳).

۴۰ گزینه‌ی (۳).

۴۱ گزینه‌ی (۱).
۴۲ گزینه‌ی (۲).
۴۳ گزینه‌ی (۲).
۴۴ گزینه‌ی (۱).
۴۵ گزینه‌ی (۲).

۴۶ گزینه‌ی (۱).

از هر نقطه خارج یک دایره دو مماس بر دایره رسم می‌شود که طول آن‌ها با هم برابر است.



$$\underbrace{\begin{array}{l} AB = x + y = ۱۶ \\ CD = z + t = ۱۰ \\ BC = x + z \\ AD = y + t \end{array}}_{\Downarrow}$$

$$\overbrace{\text{ABCD} \quad = AB + CD + BC + AD = (x+y) + (z+t) + (x+z) + (y+t)}$$

$$= ۲x + ۲y + ۲z + ۲t = ۲(x+y) + ۲(z+t) = ۲(۱۶) + ۲(۱۰) = \boxed{۵۲}$$

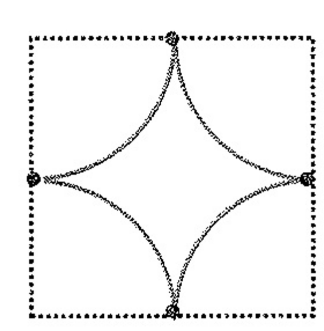
۴۷ گزینه (۲).

۴۸ گزینه‌ی (۳).

۴۹ گزینه‌ی (۱).

رأس‌های ستاره وسط اضلاع یک مربع هستند که با تشکیل مربع خواهیم داشت:

مساحت ۴ ربع دایره − مساحت مربع = مساحت ستاره $\quad$ $۴^۲ - \pi(۲)^۲ = ۱۶ - ۴\pi$ = مساحت ستاره



$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{۱۶ - ۴\pi}{۴\pi} = \frac{۴(۴-\pi)}{۴\pi} = \frac{۴-\pi}{\pi}$$

۵۰ گزینه‌ی (۴).

شعاع دایره کوچک برابر شعاع دایره محاطی مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a است. که از رابطه شعاع دایره‌ی محیطی $= \frac{\text{مساحت مثلث}}{\text{نصف محیط}}$ به‌دست می‌آید.

$$\text{شعاع دایره کوچک} = \frac{\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲}{\frac{۳a}{۲}} = \frac{\sqrt{۳}}{۶}a$$

طول ضلع مثلث بزرگ برابر $۳a$ می‌باشد پس $HC = \frac{۳a}{۲}$ و چون زاویه $O = ۳۰$ است، $OC = ۳a$ می‌شود. با نوشتن رابطه ضلع روبه‌رو به زاویه ۶۰ درجه در مثلث قائم الزاویه OHC، شعاع OH قابل محاسبه است.

$$OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}OC = \frac{\sqrt{۳}}{۲} \times ۳a = \frac{۳\sqrt{۲}a}{۲}$$

نسبت مساحت دو دایره برابر مجذور نسبت دو شعاع است. $\quad$ $\left(\frac{\frac{۳\sqrt{۳}a}{۲}}{\frac{\sqrt{۳}}{۶}a}\right)^۲ = ۸۱$